SEVEN
publicações acadêmicas

O ensino da trigonometria usando o *software Geogebra* como ferramenta de ensino – Aprendizagem

https://doi.org//10.56238/sevened2024.013-011

Eilson Santiago
Mestre em Matemática
Instituto Federal do Norte de Minas Gerais – Campus Salinas
E-mail: eilson.santiago@ifnmg.edu.br

RESUMO
Pesquisas vêm revelando o grande avanço tecnológico e suas potencialidades em todos os campos e como o seu uso consegue ocasionar bons resultados na área educacional. Nota-se que a tecnologia é uma grande aliada de todas as pessoas e um dos pontos destacado nesse trabalho é a utilização de meios tecnológicos para usá-los como ferramentas no processo de ensino-aprendizagem. Diante disso, esta pesquisa foi desenvolvida como uma alternativa para o ensino de Funções Trigonométricas, especificamente Seno e Cosseno, utilizando um software livre para melhorar a visualização gráfica das funções, o entendimento e o interesse dos alunos pela matéria. Este recurso computacional propicia aos alunos e professores mais um ambiente em que o aprendizado pode ser estimulado, através da união dos recursos da informática direcionados ao ensino da matemática. Assim este trabalho tem como objetivo analisar o quanto o Geogebra pode contribuir para o ensino das funções trigonométricas, explorando suas variações diante aos recursos que o software dispõe. O trabalho foi desenvolvido em duas turmas do segundo ano do ensino médio do Instituto Federal do Norte de Minas Gerais, Campus Salinas. Na pesquisa foram desenvolvidas atividades sobre as variações das funções seno e cosseno. Uma turma desenvolveu as atividades usando apenas materiais escolares básicos ao estudo matemático e na outra, empregou-se o software Geogebra como ferramenta, a fim de melhorar a visualização e entender as variações. Os resultados das atividades revelaram que o software Geogebra se apresenta como importante ferramenta educacional na visualização, no entendimento dos elementos, nos conceitos e suas variações. Portanto, esta metodologia de ensino nos apresentou os benefícios da técnica em prol da educação matemática, utilizando um software específico para contribuir com o processo de ensino-aprendizagem discente.

Palavras-chave: Ensino-Aprendizagem, Funções Trigonométricas, Geogebra, Ferramenta.

1 INTRODUÇÃO

A Trigonometria surgiu com a ideia de associar comprimentos de sombras projetadas por uma vara vertical com horas do dia: os relógios de sol, denominados gnômon, nome dados pelos gregos, segundo o historiador Heródoto (490 – 420 a.C.), Souza (2014). Na figura 1 é apresentado um relógio solar ainda utilizado no século XV

Figura 1: Relógiosolar do século XV



Fonte: Foto Tirada na Epopeia do Descobrimento em Porto Seguro – Bahia – Brasil

Hoje podemos descrever diversas aplicações para a trigonometria, como: satélites, astronomia, aviação, engenharia, física, medicina, topografia, geografia e muitas outras áreas. A trigonometria é uma parte da matemática que trabalha com triângulos, círculos, ondas e oscilações.

Este trabalho foi idealizado como uma proposta para melhorar o ensino-aprendizado da trigonometria, especificamente das funções trigonométricas seno e cosseno; usando um *Software Educacional*: o *Geogebra*.

Com tantas aplicações no dia-a-dia e perante as dificuldades apresentadas pela grande parte dos alunos pretende-se trabalhar de maneira diferenciada os conceitos do ciclo trigonométrico, os elementos das funções seno e cosseno e compreender as variações nos parâmetros destas funções. Pedroso (2012) nos seus estudos relata que durante as suas atividades docentes percebeu muitas dificuldades na aprendizagem dos seus alunos em relação a este tema, tanto nos significados dos conteúdos desenvolvidos como na linguagem simbólica. Essas dificuldades foram percebidas tanto os alunos do ensino médio quanto os da graduação, eles veem a trigonometria como um conteúdo difícil, sem sentido e desconhecem as suas aplicações.

Esta proposta foi desenvolvida em duas turmas do 2° Ano do Ensino Médio do Instituto Federal de Ciência e Tecnologia do Norte de Minas Gerais – IFNMG – Campus Salinas. A pesquisa consiste em usar o *Geogebra* como ferramenta auxiliar no ensino das funções citadas com o objetivo de melhorar a visualização e perceber as variações nas mesmas. Inicialmente foi trabalhado de maneira

tradicional a abordagem do conteúdo usando somente a lousa com as turmas e posteriormente aplicou-se as atividades e comparou-se os resultados. Em uma turma os questionários e as atividades foram respondidos em sala sem nenhum auxílio e na outra, usou-se o *software* como ferramenta para melhorar a visualização e o entendimento dos conceitos e das variações gráficas.

Diante destas dificuldades citadas, foi usado o *Geogebra* como ferramenta que auxilia na visualização e, consequentemente, na compreensão deste conteúdo,

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) – é preciso diferenciar nas metodologias utilizadas em sala para obter um aprendizado científico-tecnológico no Ensino Médio.

Moran, Masetto e Behrens (2000), afirmam que aprendemos melhor quando vivenciamos, experimentamos, sentimos, relacionamos e estabelecemos vínculos, isso fortalece a necessidade de implementação de metodologias diferenciadas, que envolvam mais os alunos. O uso do computador está intimamente associado ao cotidiano dos jovens da atualidade, que se veem num meio altamente interativo e dinâmico.

O *software* matemático educacional escolhido foi o *Geogebra*, que segundo Pedroso (2012), é um programa que permite estudar Álgebra e Geometria ao mesmo tempo.

Brasil (2000) afirma que os conhecimentos trigonométricos estão relacionados ao desenvolvimento de habilidades e competências desde que seu estudo esteja ligado às aplicações, evitando-se o cálculo algébrico excessivo das identidades e equações. Sendo assim enfatizar os aspectos importantes das Funções Trigonométricas e da análise de seus gráficos, habilidades as quais podem ser alcançadas através do uso das ferramentas da informática.

As Funções Trigonométricas estão ligadas há muitos fenômenos do nosso cotidiano, principalmente aos de natureza periódica e oscilatória. Assim pretende explorar e aprofundar na variação dos parâmetros das funções seno e cosseno, visto que nas aplicações as funções são modificadas em todos os seus parâmetros, e é importante que o aluno entenda o comportamento destas na prática. Como exemplo das variações, no livro didático Marmo (2008), o autor aborda a representação das Funções Periódicas na respiração pulmonar em processos cíclicos de inspiração e expiração, onde cada ciclo completo dura 5 segundos e é descrito em função do tempo como: o volume total do ar, $V(t) = \frac{3}{2\pi}[1 - \cos(0{,}4\pi t)]$ (1) com $t \geq 0$ em segundos e o fluxo de ar, $F(t) = 0{,}6sen(0{,}4\pi t)$ (2) com $t \geq 0$.

Araújo e Nóbrega (2010) acrescentam que o uso do *software*, não se baseia como solucionador definitivo dos problemas de ensino da matemática, bem como o de Funções Trigonométricas, mas visto como estratégia didática mediadora do processo de ensino. O uso do computador como mero caderno digital não oferece oportunidade para a exploração de conteúdos matemáticos. Fundamentando-se

nestas concepções é necessário repensar as estratégias pedagógicas para que se possa efetivar alguma mudança.

Refletindo sobre as dificuldades apresentadas e como se trabalhar de maneira diferente usando as ferramentas de informática na matemática, formulou-se os seguintes problemas de pesquisa: Quais contribuições o uso do *Geogebra* podem agregar para o ensino-aprendizado das Funções Seno e Cosseno? E como podemos utilizar tais ferramentas para melhorar o aprendizado destas Funções?

Na tentativa de apresentar uma alternativa para tais indagações esta pesquisa tem objetivos geral, analisar o uso do *software Geogebra* como ferramenta auxiliar no processo de ensino – aprendizagem, em turmas do 2º ano do Ensino Médio do IFNMG – Campus Salinas, em atividades que envolvam as Funções Trigonométricas: Seno e Cosseno.

Os Objetivos Específicos são:

i. Analisar as dificuldades encontradas pelos alunos do Ensino Médio na resolução de problemas de trigonometria;
ii. Elaborar atividades com o uso do *Geogebra* que auxiliem os alunos a conhecer os elementos importantes das Funções Trigonométricas e suas variações;
iii. Avaliar o uso dos recursos tecnológicos no processo ensino – aprendizagem, comparando-o com o ensino tradicional na tentativa melhorá-lo; e
iv. Explorar as peculiaridades das Funções Trigonométricas de maneira crítica e investigativa.

Portanto, este trabalho pretende verificar se o bom desenvolvimento do aluno está ligado ao uso de ações inovadoras aliadas aos materiais convencionais: quadro, giz, lápis, papel entre outros. Associar o uso de computador as aulas de Matemática pode ser uma ótima alternativa de metodologia diversificada. Por si só esta prática não se efetiva, é necessário à interação aluno-professor, bem como o professor se adaptar ao uso de novas técnicas da informática.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Os parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio destacam a importância do estudo da matemática de maneira contextualizada enfatizando suas aplicações, como ressalta o texto:

> Os objetivos do Ensino Médio em cada área do conhecimento devem envolver, de forma combinada, o desenvolvimento de conhecimentos práticos, contextualizados, que respondam às necessidades da vida contemporânea, e o desenvolvimento de conhecimentos mais amplos e abstratos, que correspondam a uma cultura geral e a uma visão de mundo. (Brasil, 2000, p6)

Os PCNEM enfatizam, ainda, a necessidade de modificar a maneira de apresentar e ensinar a matemática, enfatizando a utilização de recursos tecnológicos para um maior aprendizado da disciplina.

> Esse impacto da tecnologia, cujo instrumento mais relevante é hoje o computador, exigirá do ensino de Matemática um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento. (Brasil, 2000, p 41)

Segundo os PCNEM, as finalidades do ensino de Matemática no nível médio, indicam como objetivos levar o aluno a: compreender os conceitos, aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem, estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito. (Brasil, 2000)

Especificamente sobre as funções trigonométricas os PCNEM ressaltam a importância exemplos aplicados para uma maior compreensão como no texto:

> Outro tema que exemplifica a relação da aprendizagem de Matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências é a Trigonometria, desde que seu estudo esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. Especialmente para o indivíduo que não prosseguirá seus estudos nas carreiras ditas exatas, o que deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondem a fenômenos periódicos. Nesse sentido, um projeto envolvendo também a Física pode ser uma grande oportunidade de aprendizagem significativa. (Brasil, 2000, p 44)

Assim, pode-se destacar que, a importância de aulas diferenciadas com recursos tecnológicos, exemplos contextualizados, aplicações em outras disciplinas e na própria matemática facilitam a aprendizagem e a participação dos alunos.

Segundo Bonfim (2013) o uso das tecnologias é bem vindo ao ensino de Matemática, por meio de programas e *softwares* que auxiliam no entendimento dos conteúdos e na vontade de aprender matemática cada dia mais, aprender a fazer matemática. Destaca ainda, que a utilização dos *softwares* é uma prática inovadora e que instiga nos estudantes o interesse pela construção do conhecimento, já que o computador faz parte do cotidiano de todos. O uso destes facilita a realização de atividades que possui maior grau de dificuldade.

Bonfim (2013) ressalta que ao utilizar os *softwares* é observado um melhor conhecimento do conteúdo pelos estudantes, devido ser uma aula diferenciada que desperta maior interesse. As atividades realizadas com o auxílio das tecnologias são na maioria das vezes interpretadas de forma correta e ao digitar um número errado na função desejada, logo os estudantes percebem a falha, eles sabem extrair as informações do enunciado e interpretar o gráfico plotado.

Souza (2014) destaca que o computador e seus aplicativos, hoje representam uma nova forma de olhar a educação. As novas tecnologias de comunicação estão cada vez mais sendo incorporadas à

vida do aluno. Assim, faz-se necessário que o professor tenha um mínimo de conhecimento tecnológico e muito conhecimento pedagógico para integrar esses novos recursos satisfatoriamente ao seu programa de curso.

Periscano (2013) ressalta, também, que a utilização de *softwares educacionais* visa demonstrar que o uso das novas tecnologias dentro da sala de aula torna as aulas muito mais interessantes para os alunos, os conteúdos são compreendidos melhor e atinge-se o principal objetivo, que é o processo de ensino e aprendizagem. Além disso, mostra ao aluno que o conteúdo estudado possui uma aplicação prática e que a utilização deste conteúdo por parte do aluno na sua vida rotineira dependerá de que atividade profissional ele vai seguir.

Pode-se destacar ainda que na utilização de *softwares educacionais* em aulas de matemática, especificadamente em funções trigonométricas seno e cosseno, têm um aprendizado mais eficiente e uma melhor visualização dos gráficos e sua variação no eixo cartesiano como destaca Pedroso (2012), nos resultados obtidos utilizando o software Geogebra, utilizando uma sequência de ensino proporcionou aos alunos a manipulação de figuras, a observação de variações e propriedades das construções. Esse dinamismo e interatividade proporcionaram uma aprendizagem significativa, pois o grupo saiu da postura de ouvinte de explicações para a postura de investigador de hipótese.

O uso de recursos computacionais em sala, não é por si só o mecanismo que levará os alunos a aprendizagem, mas uma ferramenta que irá auxiliar o professor no processo de ensino – aprendizagem, como destaca os autores Araújo e Nóbrega (2010). O uso do *software computacional,* não é uma ferramenta que irá solucionar definitivamente os problemas de ensino da matemática, bem como o de Funções Trigonométricas, mas é visto como estratégia didática mediadora do processo de ensino.

Assim pode-se ressaltar que o bom desenvolvimento da aprendizagem dos alunos, está ligado tanto à flexibilidade quanto a ações inovadoras junto aos materiais convencionais quadro, giz, etc. Aderir ao uso de *softwares educacionais* às aulas de matemática pode ser uma boa alternativa de metodologia diversificada. Mas, ressalta-se novamente que, esta prática não é suficiente para que o aluno aprenda, é necessário à interação aluno-professor, bem como a constante atualização do educador ao uso de novas tecnologias aplicadas à matemática.

O software escolhido para esta pesquisa, foi o *Geogebra. Software educacional* livre, de Geometria Dinâmica, criado em 2001, na Universidade Americana Flórida Atlântic University, por Markus Hohenwarter, para ser utilizado em sala de aula. Com este recurso computacional, pode ser trabalhado o ensino de Matemática desde o Ensino Fundamental até o Superior. Segundo Persicano (2013) é um programa de fácil acesso e contínua atualização.

Com o *Geogebra*, destaca Bittencourt (2012), é possível trabalhar com Álgebra, Geometria e o Cálculo. Podem ser feitas construções com pontos, vetores, segmentos, retas e seções cônicas, bem

como funções; também é possível modificar esses entes dinamicamente. Por outro lado, equações e coordenadas podem ser inseridas diretamente.

A interface do *Geogebra* apresenta uma janela algébrica e uma janela gráfica, na qual podem ser operadas as ferramentas de Geometria, por meio do mouse, para criar construções geométricas no bloco de desenho. Silva e Penteado (2013) afirmam que o programa possui duas janelas de trabalho: a geométrica e a de álgebra. A janela geométrica é o local onde os objetos são construídos. Nela, é possível colorir figuras, aumentar a espessura das linhas, medir ângulos e distâncias, habilitar coordenadas cartesianas, polares, etc. Na janela de Álgebra, é possível visualizar a representação algébrica de todo objeto construído. Essa dupla representação de objetos é a mais notável característica que o programa possui.

Por fim dentre as diversas utilizações do *Geogebra* pode-se destacar que no ensino das funções trigonométricas, especificamente: seno e cosseno, este possibilita uma melhor visualização e dinamismo no trabalho com tal conteúdo, principalmente quando há variação dos seus parâmetros. Assim, este recurso computacional propicia aos alunos e professores mais um ambiente em que o aprendizado pode ser estimulado, através da união dos recursos da informática direcionados ao ensino da matemática.

3 METODOLOGIA

A pesquisa tem caráter quanti-qualitativo, nesta abordagem tem-se uma organização dos dados de forma que o pesquisador consiga tomar decisões e tirar conclusões a partir deles. A abordagem da pesquisa terá um caráter quantitativo, segundo Terence e Filho (2006) esta abordagem preocupa-se em medir quantidade, frequência e intensidade; e analisar as relações causais entre as variáveis que assim foi aplicada no tratamento dos questionários, onde se contabilizou os alunos, seu interesse pela matemática, utilização de informática, etc.

Posteriormente foi utilizada a abordagem qualitativa, onde Gil (2002) assegura ser uma organização dos dados de forma que o pesquisador consiga tomar decisões e tirar conclusões a partir deles. Diante da mensuração do perfil dos alunos se comparou os resultados obtidos com a sequência proposta, e assim, obteve-se os resultados da pesquisa envolvida.

A modalidade foi a pesquisa ação. Na pesquisa ação além de compreender, visa intervir na situação. Os pesquisadores e os participantes estão envolvidos de modo cooperativo e participativo.

Segundo Fiorentine e Lorenzato (2009), na pesquisa ação o pesquisador se insere no ambiente a ser analisado para estudá-lo, compreendê-lo e, sobretudo, mudá-lo nas direções para melhorias das práticas.

A pesquisa foi realizada no IFNMG – Campus Salinas. As turmas escolhidas para realização da pesquisa são duas, das seis, do 2° ano do Ensino Médio. Estas turmas foram escolhidas por serem nas turmas que o Professor pesquisador ministrava suas aulas.

Na pesquisa, foram desenvolvidas atividades de trigonometria. Na turma – Turma A: 26 alunos – desenvolveu usando o *software Geogebra* como ferramenta para melhorar a visualização e entender as variações e na outra – Turma B: 35 alunos – trabalharam de maneira tradicional: usando lápis, borracha, régua, calculadora, etc. Ressalta-se que, antes de desenvolverem os trabalhos nas duas turmas foi trabalhado o conteúdo proposto nesta pesquisa de maneira tradicional, no mesmo tempo e usando a mesma metodologia. Depois deste desenvolvimento foram aplicadas as atividades e trabalhadas de maneiras diferentes para avaliar os resultados.

Para a Turma A foi realizado um minicurso do *Geogebra* no qual foi apresentado aos alunos o programa como um todo e especificamente os recursos que seriam utilizados nas atividades.

Depois desta introdução do *software*, foram desenvolvidas atividades envolvendo a construção do círculo trigonométrico explorando: seus conceitos, a localização do seno e cosseno e o esboço dos gráficos destas funções. Subsequente foram desenvolvidas atividades envolvendo as variações dos parâmetros nas funções, estudando a imagem, período e domínio em cada caso. As atividades foram desenvolvidas pelas duas turmas, lembrando que estas foram adaptadas para a Turma B, sem o *Geogebra*.

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

4.1 ANÁLISE DAS ATIVIDADES REALIZADAS COM O GEOGEBRA

Antes do início das atividades, para a turma A que desenvolveu as atividades com o *Geogebra*, foi realizado um minicurso com duração de 2 horas/aulas sobre o *Geogebra* mostrando as janelas e as principais ferramentas que seriam utilizadas nas atividades em um laboratório de informática no IFNMG – C*ampus* Salinas. Notou-se que, o primeiro contato, despertou a curiosidade dos alunos pelo *Software*, uma vez que identificaram o dinamismo que o uso do *Geogebra* proporciona.

4.2 ATIVIDADE 1 – CONSTRUÇÃO DO CICLO TRIGONOMÉTRICO

A primeira atividade feita pela Turma A objetivava a construção e identificação dos valores das Funções Seno e Cosseno no Ciclo Trigonométrico construída no *software*. De acordo com os objetivos, Bicudo e Borba (2009) acentuam que as potencialidades do *software* se manifestam pela enorme capacidade de cálculo numérico e gráfico, além de uso de ferramentas para se moverem livremente e coordenarem representações. Nesse aspecto, as representações visuais do *Geogebra* têm destaque para estes recursos.

Uma dificuldade percebida na turma foi quanto à leitura do seno e cosseno. Levou certo tempo para que eles entendessem que os pontos do cosseno se localizavam no eixo x e os pontos do seno no eixo y. Destacando, portanto, a falta de assimilação aos conceitos de localização dos eixos no Plano Cartesiano. Como também aborda os currículos em Brasil (2006), a elaboração de um gráfico por meio da simples transcrição de dados tomados em uma tabela numérica não permite avançar na compreensão do comportamento das funções; assim, a necessidade de um estudo das representações deve estar associada ao seu comportamento.

Essa atividade foi executada em uma hora/aula, pela turma pesquisada, e todos os alunos conseguiram atingir os objetivos.

4.3 ATIVIDADE 2 – CONSTRUÇÃO E RECONHECIMENTO DOS GRÁFICOS DAS FUNÇÕES SENO E COSSENO

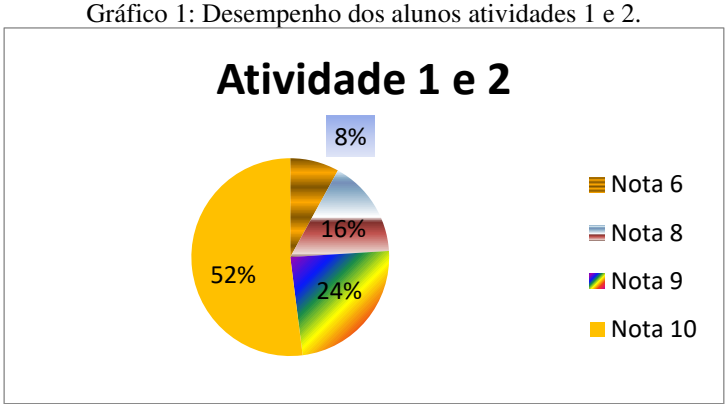
A atividade 02 tinha como objetivo a leitura dos valores dos arcos notáveis de 0 a 360° para o seno e cosseno; e o preenchimento das tabelas com posterior construção dos os gráficos das funções seno, $f(x) = senx$ (3), e cosseno, $f(x) = cosx$ (4), a partir das tabelas.

Uma das dúvidas surgiu quando movimentado o ponto sobre o círculo, pois os valores encontrados não eram exatos e assim julgaram errado visto que não conseguiam localizar os pontos com exatidão. O que em Brasil (2006) argumenta que, nessa etapa de sua formação, o desenvolvimento da capacidade de estimativa da ordem de grandeza de resultados de cálculo ou medições e da capacidade de tratar com valores numéricos exatos ou aproximados de acordo com a situação e o instrumental disponível, o que neste caso foi solicitado que aproximassem o máximo possível do valor exato.

A atividade 02 foi executada em uma hora/aula, sendo que apenas um dos que alunos não concluiu no tempo citado. É importante ressaltar que os estudantes conseguiram atingir os objetivos destas atividades e que ficaram muito entusiasmados com o uso do Geogebra para atividades de Matemática.

Para avaliar, quantitativamente as atividades, foi pontuado da seguinte maneira: montagem do ciclo no Geogebra 2 pontos, leitura e montagem das tabelas 1 ponto para cada e os gráficos foram avaliados em 3 pontos cada, totalizando 10 pontos. O desempenho da turma encontra-se no Gráfico 1.

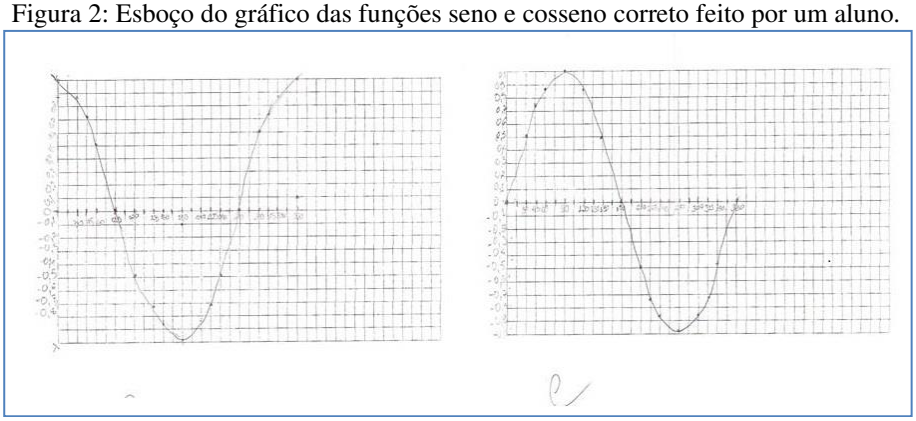
Gráfico 1: Desempenho dos alunos atividades 1 e 2.



Fonte: Pesquisa das Atividades 1 e 2

Boa parte dos alunos atingiu nota máxima, como observado na Figura 2. Destacando-se os esboços de gráficos corretos feitos por alunos da turma.

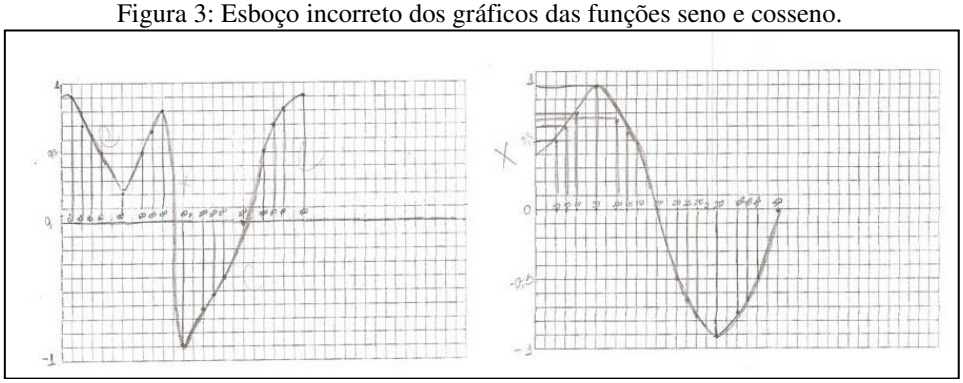
Figura 2: Esboço do gráfico das funções seno e cosseno correto feito por um aluno.



Fonte: Pesquisa das atividades 1 e 2

Dos alunos que atingiram menor pontuação, observou-se que seus gráficos estavam incompletos, com localização errada dos pontos, e erros de sinais na tabela que ocasionaram o erro do desenho gráfico. Como exposto na figura 3.

Figura 3: Esboço incorreto dos gráficos das funções seno e cosseno.



Fonte: Pesquisa das atividades 1 e 2

Apesar dos erros observados, o resultado desta atividade foi muito bom. Os alunos conseguiram atingir os objetivos da atividade, além de concluí-la no tempo proposto, sendo um ponto positivo na

avaliação do uso do *Software.* Os alunos analisaram o *Geogebra* como uma alternativa adequada na obtenção das diferentes representações, que lhes perfilharam facilidade, rapidez e rigor.

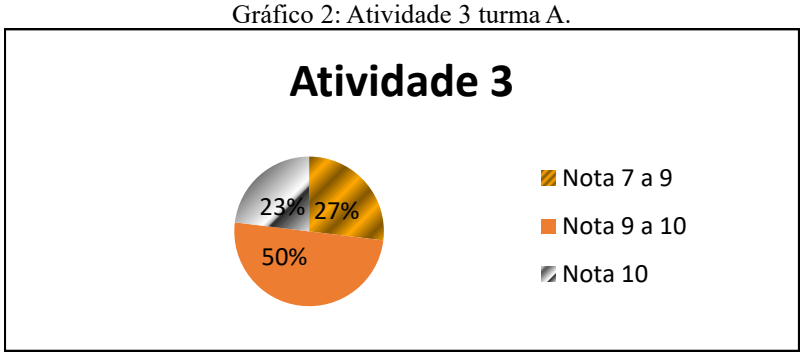
4.4 ATIVIDADE 3 – IDENTIFICAÇÃO DO DOMÍNIO E IMAGEM DAS FUNÇÕES

A atividade teve a participação de 26 alunos, sendo que o objetivo nesta etapa era construir vários gráficos da função Seno e Cosseno; e observar as variações da imagem, período e domínio da função através do *Software*. Esta atividade estava subdividida em Tarefa I, construir os gráficos da Função Seno com suas variações e na Tarefa II, construir os gráficos da Função Cosseno com suas variações.

A atividade foi avaliada em 10 pontos, sendo 0,5 pontos para cada função totalizando 10 pontos para o Seno, na Tarefa I e 10 pontos para o Cosseno, na Tarefa II.

No Gráfico 2, é possível observar o bom índice de acertos obtidos nesta atividade. Sendo importante destacar a excelente participação dos alunos, todos desenvolveram a atividade demonstrando grande interesse. Nas primeiras respostas houveram alguns questionamentos, mas depois a grande maioria fez tudo certo, o que está representado no gráfico abaixo.

Gráfico 2: Atividade 3 turma A.



Fonte: Pesquisa das atividades 3

Para conclusão desta atividade, foi necessário 01 hora/aula na turma pesquisada. Todos os alunos atingiram o objetivo da atividade. Foi observado também que os alunos conseguiram identificar o Domínio, a Imagem e o Período das Funções.

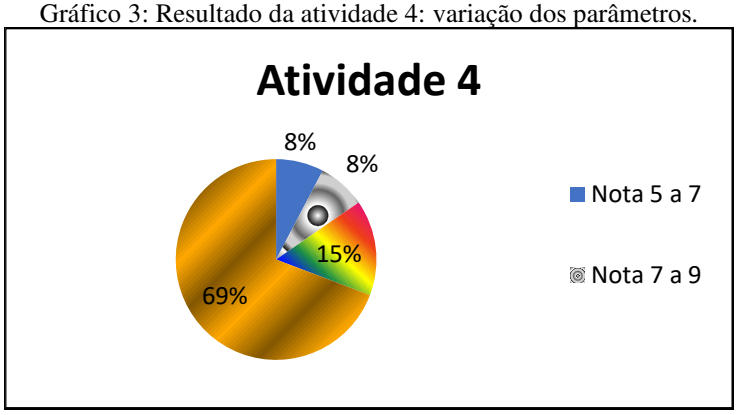
4.5 ATIVIDADE 4 – VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS A, B, C E D NA FUNÇÃO SENO

A última atividade desta turma que desenvolveu com auxílio do *Geogebra*, objetivou investigar os efeitos das mudanças dos parâmetros a, b, c e d na função $f(x) = [a * \sin(b * x + c)] + d$ (5). Depois de montar o gráfico utilizando a variação dos parâmetros no Geogebra, foram propostas quatro questões abertas para se analisar o comportamento do gráfico da função dada, através da variação dos elementos a, b, c e d. A atividade foi desenvolvida pelos 26 alunos que a concluíram em uma hora/aula.

Foi pontuada em 10 pontos, sendo 2,5 pontos para cada questão. Nestes exercícios o objetivo era que os alunos descrevessem o comportamento do gráfico da função a cada variação de um parâmetro observando quais mudanças ocorriam durante a variação generalizando os comportamentos.

No Gráfico 3, podemos observar a grande quantidade de alunos que conseguiram identificar o comportamento ao variar os parâmetros. Como tal, esses resultados possibilitaram identificar o quanto os alunos participaram positivamente nas atividades. Não se preocuparam em simplesmente terminar a atividade, e sim, conseguir acertar as variações do gráfico. Isso afirma o que é proposto em Brasil (2000), que o estudo das Funções Trigonométricas esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes como análise do comportamento de seus gráficos.

Gráfico 3: Resultado da atividade 4: variação dos parâmetros.



Fonte: Pesquisa das atividades 4

Finalizadas as atividades com o *Geogebra,* foi observado que toda a atividade teve um resultado positivo utilizando o *Software* e os alunos demonstraram satisfação com tal metodologia e relataram que conseguiram perceber determinadas situações que no método tradicional não notariam, principalmente as variações. Com intuito de comparar o uso do Geogebra e os métodos tradicionais de ensino das Funções Trigonométricas, essas mesmas atividades foram adaptadas e aplicadas na Turma B sem o auxílio do ao *Geogebra,* cujos resultados serão mostrados na sequência.

5 ANÁLISE DAS ATIVIDADES REALIZADAS SEM O GEOGEBRA

Na Turma B, as atividades foram realizadas utilizando apenas lápis, borracha, régua e papel. A seguir é apresentada a análise das atividades aplicadas nesta turma.

5.1 ATIVIDADES 1 E 2 – CONSTRUÇÕES DO GRÁFICO E CICLO TRIGONOMÉTRICO DO SENO E DO COSSENO

As atividades 1 e 2 objetivavam as construções dos Ciclos Trigonométricos com os valores do Seno e do Cosseno, com posterior preenchimento das tabelas através dos valores observados nos Ciclos

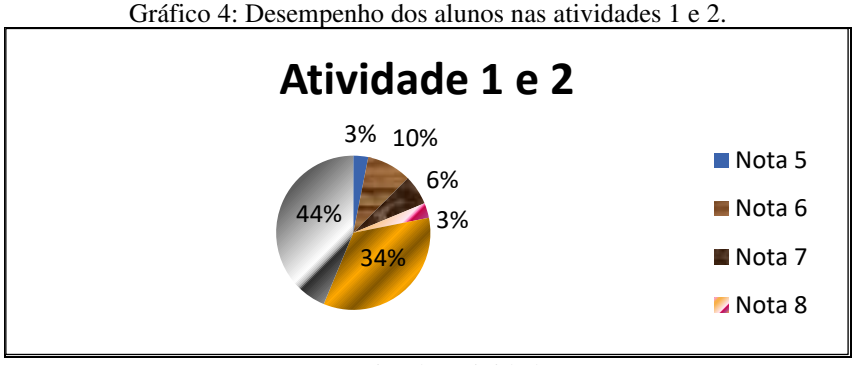
e representações das funções no plano cartesiano. Para avaliar as atividades, foi pontuado da seguinte maneira: montagem do ciclo 2 pontos, leitura e montagem das tabelas 1 ponto para cada e os gráficos foram avaliados em 2 pontos cada, totalizando 10 pontos.

Percebeu-se durante a realização das atividades que os alunos nessa turma não conseguiam localizar os pontos, por assim ficarem presos à necessidade do uso de fórmulas e tabelas para localização do Seno. Também expuseram dificuldades para identificar os sinais das funções, positivo e negativo. No que concerne às dificuldades apresentadas, Neto (2010) afirma que o estudante, ao iniciar seu estudo em torno do círculo trigonométrico, depara-se com diversas novidades em torno de ângulo: o radiano, o irracional π, a definição radianos e suas transformações, nos quais constituem em obstáculos a serem enfrentados por educadores e estudantes.

No esboço dos gráficos, foi observado que a maioria dos alunos não percebeu a questão dos intervalos de valores nos eixos x e y, o que ocasionou erros no esboço dos gráficos das funções.

A análise está apresentada no Gráfico 4. Muitos alunos conseguiram acertar todas as questões, o que era esperado para esta atividade. Observou-se que foi maior o número de alunos com notas mais baixas e que não concluíram as atividades. A necessidade de construção de gráficos é destacada nos currículos nacionais, onde em Brasil(2006) concerne que os alunos devem ter a oportunidade de traçar gráficos referentes às funções trigonométricas, quando se escreve $f(x) = senx$, usualmente à variável x corresponde à medida de arco de círculo tomada em radianos.

Gráfico 4: Desempenho dos alunos nas atividades 1 e 2.



Fonte: Pesquisa das atividades 1 e 2

Outra questão que chamou a atenção na realização da atividade foi o tempo gasto na execução, cerca de duas horas/aula. Vale ressaltar que muitos alunos reclamaram do quanto às atividades estavam difíceis e demonstraram menor interesse que a outra turma.

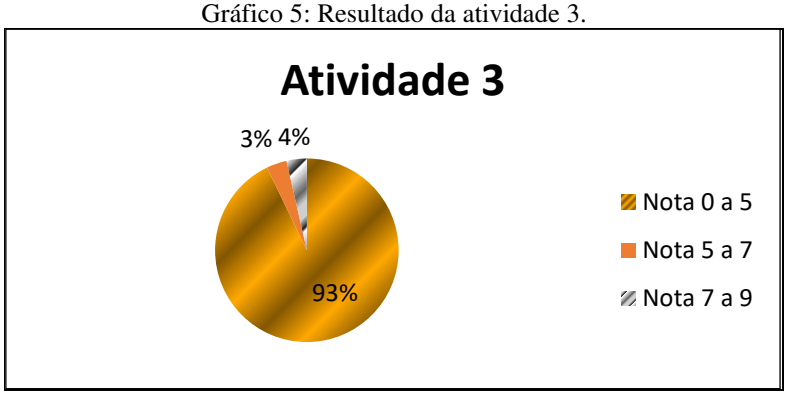
5.2 ATIVIDADE 3 – IDENTIFICAÇÃO DO DOMÍNIO, IMAGEM E PERÍODO DAS FUNÇÕES

A atividade teve a participação de 28 alunos e tinha como objetivo construir os gráficos das funções Seno e Cosseno e observar as variações da imagem, do período e o domínio da função através dos desenhos. Assim como na atividade 03 com *Geogebra*, subdividiu-se em Tarefa I para a função

Seno e Tarefa II para a função Cosseno. Esta foi avaliada em 10 pontos, sendo distribuídos de maneira uniforme para cada função, o que totalizava 5 do Seno na Tarefa I e 5 do Cosseno na Tarefa II. O tempo para desenvolver o seguimento foi cerca quatro horas/aula.

O Gráfico 5, apresenta a pontuação atingida pelos alunos na atividade. Como se observa os alunos não obtiveram os mesmos resultados das turmas com *Geogebra*. Ninguém atingiu o número total de acertos e quase todos os alunos não acertaram nem a metade da atividade. Os alunos reclamaram do uso excessivo de fórmulas e tabelas para conseguirem traçar os gráficos e analisar as questões pedidas.

Gráfico 5: Resultado da atividade 3.

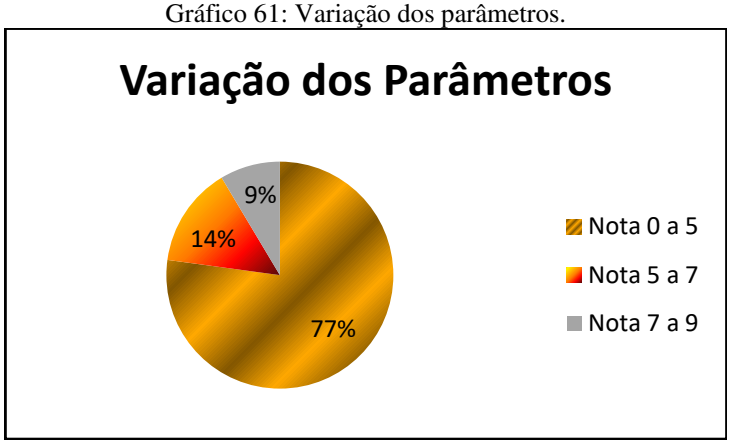


Fonte: Pesquisa da atividade 3

5.3 ATIVIDADE 3 – VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS A, B, C E D NAS FUNÇÕES SENO E COSSENO

Ainda na atividade 3, ao fim de cada variação com preenchimento das tabelas e gráficos traçados, foi questionando o que observa de variação na função, conforme Apêndice C. Estes questionamentos objetivaram a observação da variação dos Parâmetros a, b e c das Funções Trigonométricas Seno e Cosseno. Foi avaliado da mesma maneira que a outra turma, 2,5 pontos por questão. O Gráfico 6 expõe o desempenho alcançado por estes alunos, que foi consideravelmente abaixo do que o obtido com o uso do *Software*. Nenhum aluno conseguiu o acerto total dessas questões. O fato de não conseguirem visualizar tais variações é descrito por Nacarato e Santos (2004) que destacam ser impossível ensinar trigonometria sem recursos visuais. Mas estes não podem ser apenas estáticos, como ocorre com o desenho.

Gráfico 61: Variação dos parâmetros.



Fonte: Pesquisa da atividade 3

Ao analisar a execução das atividades nas duas turmas, utilizando ou não o *Geogebra*, pôde-se averiguar que o uso do *software* facilitou a execução, a visualização e reduziu o tempo de aplicação das mesmas atividades, uma vez que todos os alunos conseguiram concluir as atividades e obtiveram bom índice de acertos, já na turma sem o *software*, ninguém conseguiu acertar toda a atividade 03. Conforme observado, as sequências sem o *Geogebra* exigiu mais o uso de fórmulas e tabelas além de mais tempo para aplicação das atividades. Outro fato importante a ser destacado é que, ao contrário da Turma A, 13 dos 33 alunos que realizaram esta atividade não concluíram seus trabalhos, e reclamaram que estava muito difícil e cansativo.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Piva, Dorneles e Spilimbergo (2010) destacaram três pontos positivos em sua pesquisa: a facilidade de operação dos *software*, o interesse e participação dos alunos nas atividades computacionais. Apontaram, também, que o uso de *softwares* permite a realização de simulações, o que conduz os alunos a construírem suas análises e conclusões próprias e, por essas razões, defendem a utilização de ambientes informatizados no processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

A necessidade do uso de metodologias diferenciadas é um importante instrumento a ser estudado por nós professores de Matemática e pelas instituições de ensino. É pertinente uma reflexão nas escolas quanto a esta necessidade de se adotar métodos diversificados e que despertem a atenção e interesse nos alunos como os *softwares educacionais*. Nesta perspectiva o *Geogebra* foi avaliado quanto instrumento para auxiliar o ensino-aprendizagem das Funções Trigonométricas Seno e Cosseno.

Podemos destacar que o *software* pode nos ajudar no ensino da trigonometria auxiliando na visualização gráfica, no entendimento das variações nas funções, no interesse em trabalhar tal disciplina e também na participação da turma nas aulas.

Estas afirmações podem ser comprovadas na comparação das atividades desenvolvidas pelas turmas uma com o auxílio do *software* e outra sem a ferramenta ao desenvolver as mesmas atividades, estas foram simplesmente adaptadas para as duas situações.

Assim podemos afirmar que conseguimos responder as questões desta pesquisa encontrando várias contribuições do *Geogebra* no ensino das Funções Seno e Cosseno – como já ressaltamos: interesse, participação e rendimento – e mostramos uma alternativa de como utilizar as ferramentas no programa que numericamente, nesta amostra estudada, foi demonstrada eficiente na aprendizagem do conteúdo abordado.

O manuseio desse *software* permite de forma simplificada variar as funções e fazer observações e correções diversas em desenhos, gráficos e fórmulas, possibilitando a resolução de atividades de forma mais rápida, reduzindo o tempo de aplicação do conteúdo, favorecendo o cumprimento da matriz curricular do Ensino.

Quanto aos objetivos desta pesquisa, percebeu-se que ao desenvolver as atividades com e sem o *Geogebra,* que o *software* é um meio facilitador no processo ensino-aprendizagem e visto como algo interessante e motivador pelos alunos, principalmente por promover uma melhor visualização das Funções.

Por fim, é importante ratificar que o uso de novas metodologias não é o ato solucionador dos problemas que envolvem o ensino da Matemática. E sim, algo que deve ser constantemente refletido pela escola e professores, como forma de atingir o principal objetivo: o aprendizado do aluno.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, L. C. L.; NÓBRIGA, J. C. C. Aprendendo Matemática com o Geogebra. São Paulo: Editora Exato, 2010.

BICUDO, M. A.; BORBA, M. C. Educação Matemática pesquisa em movimento. – 3. Ed.- São Paulo, SP: Cortez, 2009.

BITTENCOURT, A. O. O ensino da trigonometria no ciclo trigonométrico, por meio do software Geogebra. 2012, 97p. Dissertação de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática. Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática. Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, RS.

BOMFIM, J. C. R. Estudo das Funções Trigonométricas com o Auxílio de Softwares Computacionais. Profmat, 2013, 61p. Dissertação de Mestrado em Matemática. Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, Dourados – MS

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto.Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio. Brasília: MEC, 2000.

_____.Ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias / Secretaria de Educação Básica.– Brasília : Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006.135 p. (Orientações curriculares para o ensino médio ; volume 2)

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos. 3ª edição. Campinas, SP, 2009.

MARMO, A.; AMSON, G. A. J. V.; TEIXEIRA, J. C.; FILHO, R. B. A.; JAMAL, R. M. Matemática – Anglo: Ensino Médio. 1ª ed. – São Paulo: Anglo, 2008.

MORAN, J. M.; MASETTO, M. T., BEHRENS, M. A.Novas tecnologias e mediação pedagógica. Campinas: Papirus, 2000. (Coleção Papirus Educação).

NACARATO, A. M.; SANTOS, R. T. Espaços alternativos de formação: quando graduandos em matemática e professores em exercício compartilham experiências sobre ensino de trigonometria. Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 6, n. 2, pp. 63-90, 2004.

NETO, J. R6 D. Registros de representação semiótica e o geogebra: um ensaio para o ensino de funções trigonométricas. 2010, 130p. Dissertação de Mestrado em (Educação Científica e Tecnológica). Do Programa de Pós Graduação em Educação Científica e Tecnológica, da Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis SC.

PERSICANO, H. E. A importância do uso de novas tecnologias no processo de ensino aprendizagem: Aplicação do Software Geogebra no Estudo de Funções Trigonométricas. 2013, 69p. Dissertação de Mestrado em Matemática do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal de Goiás, Goiânia – Go.

PEDROSO, L. W. Uma proposta de ensino da trigonometria com uso do software GeoGebra. 2012, 271p. Dissertação de Mestrado em Matemática. Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS.

PIVA, C.; DORNELES, L. D.; SPILIMBERGO, A. P. Utilizando Software Livres para Explorar Conceitos de Trigonometria. X Encontro de Educação Matemática. Salvador – Ba, 2010

SOUZA, J. I. G. de. Utilização do Software Geogebra no Ensino das Funções Trigonométricas. 2014, 93p. Dissertação de Mestrado em Matemática. Programa de Pós-Graduação em Rede Nacional do Departamento de Matemática da Universidade Federal do Ceará. Juazeiro do Norte – Ce.

SILVA, G. H. G.; PENTEADO, M. G. Geometria dinâmica na sala de aula: o desenvolvimento do futuro professor de matemática diante da imprevisibilidade. Ciênc. Educ., Bauru, v. 19, n. 2, p. 279-292, 2013

TERENCE, A. C. F.; FILHO, E. E. Abordagem quantitativa, qualitativa e a utilização da pesquisa-ação nos estudos organizacionais. XXVI ENEGEP - Fortaleza, CE, Brasil, 9 a 11 de Outubro de 2006.